

# Akustische Zeitschrift

IM AUFTRAGE DER  
DEUTSCHEN FORSCHUNGSGEMEINSCHAFT  
UNTER MITWIRKUNG DER  
DEUTSCHEN REICHSPOST  
UND  
PHYSIKALISCH-TECHNISCHEN REICHSANSTALT  
HERAUSGEGEBEN VON  
MARTIN GRÜTZMACHER UND ERWIN MEYER

DRITTER JAHRGANG

1938



---

VERLAG VON S. HIRZEL IN LEIPZIG

# Über die nichtlineare Verzerrung bei der Wiedergabe von Schallplatten infolge Winkelabweichungen des Abtastorgans

Von Erik Löfgren, Stockholm

(Mit 5 Textabbildungen)

## 1. Einleitung

Die Aufnahme von Schallplatten mit gewöhnlicher Seitenschrift wird bekanntlich mittels einer Schneiddose vorgenommen, die mit gleichmäßiger Geschwindigkeit parallel zu sich selbst längs eines Radius der Wachsplatte verschoben wird, während der Schneidstichel kleine Schwingungen in radialer Richtung ausführt. Die von den Schwingungen erzeugten kleinen seitlichen Auslenkungen der im großen gesehen spiralförmigen Rille bilden also eine Kurve, die grundsätzlich mit der Partikelbewegung der Schallwelle übereinstimmt. Eine vollkommen getreue Wiedergabe der Schallplatte kann nur dann erreicht werden, wenn die Abtastung der Rille mittels der Nadel der Schalldose bzw. des elektrischen Tonabnehmers unter denselben geometrischen Verhältnissen vor sich geht, wie die Aufnahme. Dies ist in der Wirklichkeit meistens nur annähernd der Fall. Für rein akustische Grammophone kommt praktisch nur die allgemein bekannte Vorrichtung mit drehbarem Tonarm zur Steuerung der Schalldose quer über die Platte in Frage, und auch die elektrischen Wiedergabeapparate sind gewöhnlich in ähnlicher Weise ausgeführt. Einerseits beschreibt dabei die Nadel eine kreisbogenförmige, also nicht radiale Bahn, und andererseits verdreht sich die Schalldose bzw. der Tonabnehmer im Verhältnis zur Tangentialrichtung der Rille. Es sind zwar viele andere Führungsmechanismen für elektrische Tonabnehmer vorgeschlagen, um eine dauernd tangentiale Stellung aufrechtzuerhalten, aber bisher konnten damit nicht dieselbe Einfachheit, Bequemlichkeit und Erschütterungsfreiheit wie mit der üblichen Dreharmvorrichtung erreicht werden. Es fragt sich nun, ob sich hierfür eine günstigste Ausführung angeben läßt, bei der die Abweichungen vom

Idealfall so geringfügig sind, daß praktisch erkennbare Nachteile nicht auftreten.

Dieses für die Grammophontechnik wichtige Problem ist an sich seit langem bekannt und in der Literatur<sup>1-6)</sup> unter verschiedenen Gesichtspunkten behandelt, ohne jedoch bisher endgültig klargelegt worden zu sein. Schon 1924 hat P. WILSON<sup>1)</sup> eine Analyse des Problems veröffentlicht und darin Formeln für eine unter gewissen Voraussetzungen optimale Anordnung gegeben. Später hat der Verfasser<sup>3)</sup> unter ähnlichen Voraussetzungen eine Untersuchung vorgenommen, die zu etwas einfacheren Ausführungsregeln führte. In den letzten Jahren hat sich für die Frage ein gesteigertes Interesse gezeigt, insbesondere seitdem elektrische Tonabnehmer konstruiert worden sind, die den höchsten Anforderungen an Wiedergabequalität genügen<sup>6, 7)</sup>.

Im folgenden wird das Problem weiter entwickelt, indem die entstehende nichtlineare Verzerrung berechnet und die mit Rücksicht darauf geeignetste Ausführung besprochen werden.

<sup>1)</sup> P. WILSON, Needle-track alignment. The Gramophone, Sept. 1924, S. 129—131.

<sup>2)</sup> P. WILSON and G. W. WEBB, Modern gramophones and electrical reproducers. London 1929, S. 124—132.

<sup>3)</sup> E. LÖFGREN, Nälföringen vid grammofooner. Radio (Schw.) 7 (1929), H. 19, S. 15—18 und 24, H. 22—23, S. 10—14.

<sup>4)</sup> E. A. CHAMBERLAIN, Correct pick-up alignment. Wirel. Wld. 26 (1930), H. 13, S. 339—340.

<sup>5)</sup> F. RECORD, Gramophone tracking. J. Sci. Instrum. 9 (1932), H. 9, S. 286—289.

<sup>6)</sup> J. R. BIRD and C. M. CHORPENING, The offset-head crystal pickup. Radio Engng. 17 (1937), H. 3, S. 16—18.

<sup>7)</sup> F. V. HUNT and J. A. PIERCE, HP6A: A radical departure in phonograph pick-up design. Electronics 11 (1938), H. 3, S. 9—12.

## 2. Allgemeine Betrachtungen

Wenn die Abtastung einer Schallplatte mit Seitenschrift als theoretisch richtig bezeichnet werden soll, muß die durch die Nadelspitze und die Drehungsachse der Nadel gehende Ebene (Nadelebene) senkrecht zur Schallplatte stehen und die Rillenspirale im Abtastpunkt tangieren. Außerdem besteht natürlich die Bedingung, daß der Abtastpunkt keine wesentliche Verschiebung in der Rillenrichtung erfahren darf, eine Bedingung, die aber in allen praktischen Fällen befriedigend erfüllt ist. Wie eine einfache Berechnung zeigt, ist es in dieser Beziehung ohne merklichen Einfluß, daß die Nadelbahn nicht radial, sondern in einem Kreisbogen verläuft. Was die erforderliche senkrechte Lage der Nadelebene betrifft, bieten sich keine wesentlichen Schwierigkeiten, wenn nur die Aufmerksamkeit darauf gelenkt ist. Dadurch beschränkt sich die Aufgabe, eine möglichst richtige Abtastung zu erzielen, hauptsächlich auf die Frage der Tangentialität der Nadelebene. Die Winkelabweichung von der Tangentialrichtung der Rille soll im folgenden als Fehlwinkel bezeichnet werden. Es gilt zunächst, seine Größe zu finden.

Aus den Abb. 1a und 1b, die wohl keiner näheren Erklärung bedürfen, ist ersichtlich, daß der Fehlwinkel ausgedrückt werden kann als

$$(1) \quad \delta = \frac{\pi}{2} - (\varphi + \theta),$$

wobei  $\varphi$  der während des Abspielverlaufs mit dem Radius  $r$  veränderliche Winkel  $OPQ$  ist und  $\theta$  ein konstanter Winkel  $QPS$ , um den der Abnehmer im Verhältnis zum Tonarm verstellt ist (Verstellungswinkel).

Bestimmend für den Verlauf der Kurve  $q = f(r)$  sind die beiden Längen  $QP = R$  und  $OQ = D$ , der Tonarmradius bzw. der Zentrum- abstand, gemäß der Gleichung

$$(2) \quad \cos \varphi = \frac{1}{2} \frac{R^2 - D^2 + r^2}{Rr}.$$

Ein anschauliches Bild dieser Beziehung gibt Abb. 2, wo  $q$ -Kurven für 5 verschiedene  $D$ -Werte bei gegebenem  $R$  eingezeichnet sind. Die Kurve IV entspricht dem Sonderfall, daß  $D = R$  ist, d. h. die Nadelspitze gerade über das Zentrum der Platte läuft. Eine ziemlich große Neigung kennzeichnet diese Kurve und noch

mehr die Kurve V, entsprechend  $D > R$ . Wenn dagegen  $D < R$  gewählt wird (Kurven I—III), so daß die Nadelspitze außerhalb des Platten- zentrums läuft, bildet sich auf der  $q$ -Kurve ein

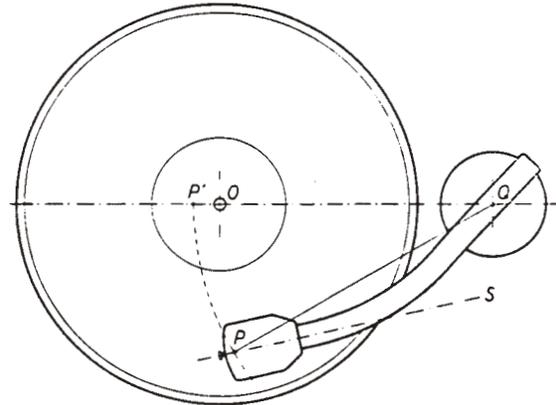


Abb. 1a. Abtastvorrichtung mit drehbarem Tonarm

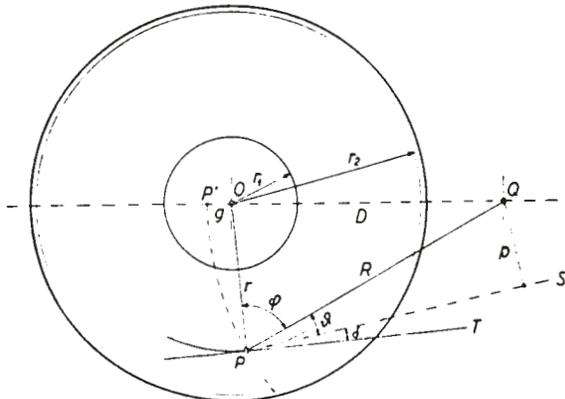


Abb. 1b. Einführung der geometrischen Grundgrößen bei der Vorrichtung in Abb. 1a

Maximum aus, das sich mit abnehmendem  $D$  nach rechts verschiebt. In der Umgebung dieses Maximums ist die Kurve verhältnismäßig flach, ein Umstand, der dazu benutzt werden kann, den Fehlwinkel in geeigneter Weise zu begrenzen.

## 3. Bedingungen kleinster Fehlwinkeltoleranz

In früheren Veröffentlichungen wurde lediglich verlangt, daß der Fehlwinkel innerhalb engstmöglicher Grenzen gehalten werden sollte. Dieses wird erreicht, wenn man die beiden  $q$ -Werte,  $q_1$  bzw.  $q_2$ , für die Radien  $r_1$  und  $r_2$  der innersten bzw. äußersten Rille einander gleichsetzt und dann den Verstellungswinkel  $\theta$

als Komplementwinkel zum Mittelwert von  $\varphi_1$  und  $\varphi_{max}$  wählt. Der Fehlwinkel liegt dann zwischen den Grenzen  $\pm \frac{1}{2}(\varphi_{max} - \varphi_1)$ . Die Bedingungen für diese Ausführung sind nach<sup>1-3)</sup>:

$$(3) \quad D = \sqrt{R^2 - r_1 r_2},$$

$$(4) \quad \vartheta = \frac{1}{2} \left( \arcsin \frac{r_1 + r_2}{2R} + \arcsin \frac{\sqrt{r_1 r_2}}{R} \right)$$

$$(4a) \quad \cong \arcsin \frac{r_1 + r_2 + 2\sqrt{r_1 r_2}}{4R}.$$

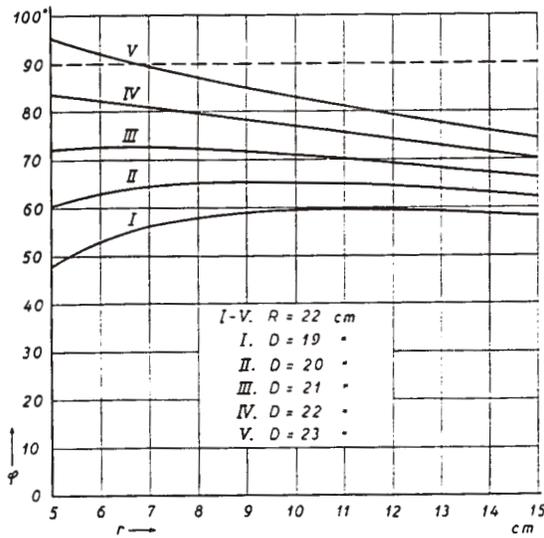


Abb. 2. Winkeländerungen des Abtastorgans während des Abspielverlaufs

Bei gewöhnlichen Schallplatten von 30 cm Durchmesser hat man mit den Grensradien  $r_1 = 5,0$  cm und  $r_2 = 14,5$  cm zu rechnen (s. Anhang). Der Tonarmradius  $R$  ist hauptsächlich durch den Platzbedarf begrenzt und beträgt in der Praxis meistens 20–25 cm.

An Stelle des Zentrumabstandes  $D$  und des Verstellungswinkels  $\vartheta$  ist es oft praktisch, ein anderes Paar von Bestimmungsgrößen einzuführen, nämlich den Übergriff  $g = R - D$  ( $OP'$  in Abb. 1), der angibt, wie weit außerhalb des Plattenzentrums die Nadelbahn läuft, und den Verstellungsabstand  $p = R \sin \vartheta$  (s. Abb. 1b), d. h. den Abstand der Nadelebene von der Drehachse des Tonarms. Bei den angegebenen Abmessungen ergibt sich aus Gl. (3) ein Übergriff von 15–19 mm (abhängig von  $R$ ) und aus Gl. (4a) ein Verstellungsabstand von 91 mm (unabhängig von  $R$ ).

Für den maximalen Fehlwinkel bei einer

Ausführung gemäß Gl. (3) und (4a) erhält man die Näherungsformel

$$(5) \quad \delta_{max} \cong \frac{r_1 + r_2 - 2\sqrt{r_1 r_2}}{4\sqrt{R^2 - \frac{1}{16}(r_1 + r_2 + 2\sqrt{r_1 r_2})^2}}.$$

Für einen Tonarmradius  $R \geq 20$  cm ergibt sich hieraus ein maximaler Fehlwinkel  $\delta_{max} \leq 2^\circ$ . Zum Vergleich sei erwähnt, daß vom Verfasser ausgeführte Messungen an Grammophonen und Radio-Grammophon-Geräten nicht selten Fehlwinkel von etwa  $10^\circ$  ergeben haben, bisweilen noch mehr. Bei älteren Ausführungen findet man sogar Fehlwinkel von 20–30<sup>0</sup>).

#### 4. Nichtlineare Verzerrung bei schräger Abtastung

Es ist zwar zu vermuten, daß ein so kleiner Winkelfehler, wie der nach dem vorigen Abschnitt erreichbare, kaum von merklicher Bedeutung sein kann, aber einmal können ja in der Praxis tatsächlich weit größere Fehler vorkommen und weiter lassen sich, wie später gezeigt werden soll, auch andere Gesichtspunkte hinsichtlich der Abtastung aufstellen, die eine gewisse Abweichung von der Tangentialität in Erwägung stellen. Um die Verhältnisse richtig zu beurteilen, ist es notwendig, den schädlichen Einfluß eines Winkelfehlers klarzulegen und wenn möglich quantitativ auszudrücken. In erster Linie bezweckt der vorliegende Aufsatz, die entstehende nichtlineare Verzerrung der Art und Größe nach theoretisch zu studieren. In einer während des Verlaufs der Arbeit erschienenen Veröffentlichung<sup>8)</sup> hat B. OLNEY dasselbe Problem behandelt, ohne jedoch eine allgemeine Lösung anzugeben. Mittels graphischer harmonischer Analyse bestimmt er den Klirrfaktor in einigen einzelnen Fällen. Die dabei gefundenen Werte sind aber infolge eines Versehens wesentlich zu klein (s. unten S. 355).

Es ist leicht einzusehen, daß bei schräger Abtastung einer sinusförmigen Rille keine rein sinusförmige Auslenkung der Nadelspitze zustande kommt. Es entstehen harmonische Obertöne, und wir wollen uns nun die Aufgabe

<sup>1-3)</sup> a. a. O.

<sup>8)</sup> B. OLNEY, Phonograph pickup tracking error vs distortion and record wear. Electronics 10 (1937), H. 11, S. 19–23 und 81.

stellen, diese zu berechnen. In Wirklichkeit sind zwar die Rillen meistens nicht rein sinusförmig, sondern aus mehreren Frequenzkomponenten zusammengesetzt, wobei eine Nichtlinearität der Wiedergabe allerlei Kombinationstöne zur Folge hat (s. Abschnitt 5). Trotzdem ist die Verzerrung bei einfacher Sinusform insofern von Interesse, als der Klirrfaktor als geeignetes Relativmaß der bei verschiedenen Winkelabweichungen entstehenden Nichtlinearitäten dienen kann. Ein gewisser Wert des Klirrfaktors kann jedoch, wie später gezeigt wird, eine größere Verzerrung bedeuten als z. B. bei Röhrenverstärkern.

Die Abb. 3 soll eine sinusförmige Rille mit der Amplitude  $A$  und der Wellenlänge  $\lambda$  dar-

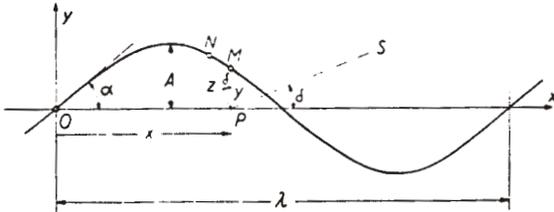


Abb. 3. Zur Ermittlung der Verzerrung bei sinusförmiger Rillenmodulation

stellen. Die geradlinige Ausbreitung der Rillenspirale ist berechtigt, weil die Amplitude immer sehr klein im Verhältnis zum Krümmungsradius ist. Für die Frequenzen, bei denen die schräge Abtastung von Bedeutung ist, kann ferner vorausgesetzt werden, daß der Körper des Abnehmers die Nadelschwingungen nicht mitmacht, sondern lediglich eine gleichmäßige Relativgeschwindigkeit zur Platte ausführt. Von der Breite der Rille und der Nadelspitze sehen wir hier ab und betrachten die Kurve in der Abb. 3 als die Bahn der Nadelspitze. In Wirklichkeit entsteht auch eine Verzerrung infolge der Abweichungen von einer solchen Abstraktion, aber diese Verzerrung — zu deren Verminderung Mittel vorgeschlagen sind — stellt ein besonderes, in der Literatur<sup>9, 10)</sup> be-

<sup>9)</sup> H. A. FREDERICK, Vertical sound records; recent fundamental advances in mechanical records on wax. J. Soc. Mot. Pict. Engrs. 18 (1932), H. 2, S. 141—163.

<sup>10)</sup> J. A. PIERCE and F. V. HUNT, On distortion in sound reproduction from phonograph records. J. Acous. Soc. Am. 10 (1938), H. 1, S. 14—28.

handeltes Teilproblem dar, womit wir die hier vorgelegte Aufgabe nicht komplizieren wollen.

In einem gewissen Augenblick sei  $P$  die Lage der Nadelspitze ohne Modulation der Rille, d. h. die Ruhelage,  $M$  die entsprechende Lage auf der modulierten Rille bei tangentialer Abtastung und endlich  $N$  die Lage auf derselben modulierten Rille bei schräger Abtastung unter einem Fehlwinkel  $\delta$ . Die laufende Längenkoordinate des Ruhepunktes  $P$  sei mit  $x$  bezeichnet, die Auslenkungen  $PM$  und  $PN$  der Nadelspitze bei tangentialer bzw. schräger Abtastung mit  $y$  bzw.  $z$ . Dann ist

$$(6) \quad y = A \sin \frac{2\pi x}{\lambda},$$

$$(7) \quad z = \frac{A}{\cos \delta} \sin \frac{2\pi}{\lambda} (x - z \sin \delta).$$

Es sei bemerkt, daß  $z$  keine explizite Funktion der Veränderlichen  $x$  ist. Wir wollen aber einen solchen Ausdruck in der Form einer FOURIERschen Reihe berechnen und schreiben also

$$(8) \quad z = \sum_{n=1}^{\infty} \left( A_n \sin \frac{2\pi n x}{\lambda} + B_n \cos \frac{2\pi n x}{\lambda} \right),$$

worin

$$(9) \quad A_n = \frac{2}{\lambda} \int_0^{\lambda} z \sin \frac{2\pi n x}{\lambda} dx,$$

$$(10) \quad B_n = \frac{2}{\lambda} \int_0^{\lambda} z \cos \frac{2\pi n x}{\lambda} dx.$$

Da  $z_{\lambda-x} = -z_x$  ist, muß  $B_n$  verschwinden für jeden Wert von  $n$ . Für  $A_n$  finden wir durch partielle Integration

$$(11) \quad \begin{aligned} A_n &= -\frac{2}{\lambda} \int_0^{\lambda} z \frac{\lambda}{2\pi n} \cos \frac{2\pi n x}{\lambda} \\ &\quad + \frac{1}{\pi n} \int_0^{\lambda} \frac{dz}{dx} \cos \frac{2\pi n x}{\lambda} dx \\ &= \frac{1}{\pi n} \int_0^{\lambda} \frac{dz}{dx} \cos \frac{2\pi n x}{\lambda} dx. \end{aligned}$$

Unter Verwendung dieser Form des Integrals kann man sich bequemer von der impliziten Beziehung zwischen den beiden Veränderlichen  $z$  und  $x$  freimachen. Zu diesem Zweck führen wir eine neue Veränderliche  $\Theta$  ein, bestimmt durch die Gleichung

$$(12) \quad z = \frac{A}{\cos \delta} \sin \Theta.$$

Beim Vergleich mit dem Ausdruck (7) hat man also

$$\Theta = \frac{2\pi}{\lambda} (x - z \sin \delta) = \frac{2\pi x}{\lambda} - \frac{2\pi A}{\lambda} \operatorname{tg} \delta \cdot \sin \Theta$$

oder

$$(13) \quad \frac{2\pi x}{\lambda} = \Theta + \varepsilon \sin \Theta,$$

wo

$$(14) \quad \varepsilon = \frac{2\pi A}{\lambda} \operatorname{tg} \delta.$$

Diese Größe  $\varepsilon$ , die für die Verzerrung von grundlegender Bedeutung ist, kann auch als

$$(14a) \quad \varepsilon = \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \delta$$

ausgedrückt werden, wenn mit  $\alpha$  der maximale Neigungswinkel der Rillenkurve bezeichnet wird (s. Abb. 3).

Mit  $\Theta$  als Veränderlicher nimmt das Integral (11) folgende Form an:

$$\begin{aligned} A_n &= \frac{A}{\pi n \cos \delta} \int_0^{2\pi} \cos \Theta \cos (n \Theta + n \varepsilon \sin \Theta) d\Theta \\ &= \frac{A}{2\pi n \cos \delta} \left\{ \int_0^{2\pi} \cos [(n-1)\Theta + n\varepsilon \sin \Theta] d\Theta \right. \\ &\quad \left. + \int_0^{2\pi} \cos [(n+1)\Theta + n\varepsilon \sin \Theta] d\Theta \right\} \\ &= \frac{A}{n \cos \delta} \{ J_{n-1}(-n\varepsilon) + J_{n+1}(-n\varepsilon) \} \end{aligned}$$

oder einfacher

$$(15) \quad A_n = (-1)^{n-1} \frac{A}{\cos \delta} \cdot \frac{2}{n\varepsilon} J_n(n\varepsilon).$$

Hier ist  $J_n(n\varepsilon)$  die BESSELSche Funktion erster Art und  $n$ -ter Ordnung vom Argument  $n\varepsilon$ .

Die gesuchte FOURIER-Entwicklung von  $z$  ist also

$$(16) \quad z = \frac{A}{\cos \delta} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{2}{n\varepsilon} J_n(n\varepsilon) \sin \frac{2\pi n x}{\lambda}.$$

Um die Nadelauslenkung  $z$  als Funktion der Zeit  $t$  zu erhalten, braucht man nur  $\frac{2\pi x}{\lambda}$  gegen  $\omega t$  zu vertauschen, wo  $\omega$  die Kreisfrequenz ist. Maßgebend für die Wiedergabequalität ist aber nicht die Auslenkung, sondern die seitliche Geschwindigkeit der Nadelspitze, die Schnelle. Abgesehen vom Frequenzgang der Wiedergabeapparatur (Schalldose — Trichter bzw. Tonabnehmer — Verstärker — Lautsprecher), treten die Teiltöne der Schallwelle in denselben Verhältnissen auf, wie sie in der Zeitkurve der

Schnelle vorhanden sind. Wenn wir die Schnellenamplitude bei tangentialer Abtastung einer sinusförmigen Rille von der maximalen Auslenkung  $A$  mit  $V$  bezeichnen, so ist  $V = \omega A$ . Bei schräger Abtastung wird der Momentanwert der Schnelle

$$(17) \quad v = \frac{dz}{dt} = \frac{V}{\cos \delta} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{2}{\varepsilon} J_n(n\varepsilon) \cos n\omega t.$$

Die Stärkenverhältnisse zwischen Grundton und Obertönen sind somit

$$(18) \quad J_1(\varepsilon) : J_2(2\varepsilon) : J_3(3\varepsilon) \quad \text{usw.}$$

Die Schnellenamplitude des  $n$ -ten Teiltöns ergibt sich zu

$$(19) \quad V_n = \frac{V}{\cos \delta} \cdot \frac{2}{\varepsilon} J_n(n\varepsilon)$$

oder unter Verwendung einer Entwicklung der BESSELSchen Funktion in eine Potenzreihe:

$$(19a) \quad V_n = \frac{V}{\cos \delta} \cdot \frac{(n\varepsilon)^{n-1}}{2^{n-1}(n-1)!} \left\{ 1 - \frac{\left(\frac{n\varepsilon}{2}\right)^2}{1!(n+1)} + \frac{\left(\frac{n\varepsilon}{2}\right)^4}{2!(n+1)(n+2)} - \dots \right\}.$$

Für den Grundton und die beiden ersten Obertöne erhält man also:

$$(19b) \quad \begin{aligned} V_1 &= \frac{V}{\cos \delta} \cdot \left( 1 - \frac{\varepsilon^2}{8} + \frac{\varepsilon^4}{192} - \dots \right), \\ V_2 &= \frac{V}{\cos \delta} \cdot \varepsilon \left( 1 - \frac{\varepsilon^2}{3} + \frac{\varepsilon^4}{24} - \dots \right), \\ V_3 &= \frac{V}{\cos \delta} \cdot \frac{9\varepsilon^2}{8} \left( 1 - \frac{9\varepsilon^2}{16} + \frac{81\varepsilon^4}{640} - \dots \right). \end{aligned}$$

Wenn die Größe  $\varepsilon$  bedeutend kleiner als 1 ist, was in praktischen Fällen immer zutrifft, kann man offenbar mit guter Annäherung den ersten Oberton  $V_2 \cong \varepsilon V_1$  setzen und sämtliche höheren Obertöne vernachlässigen. Dies bedeutet, daß der gesuchte Klirrfaktor einfach gleich  $\varepsilon$  gesetzt werden kann.

Um zu finden, welche Werte  $\varepsilon$  und damit der Klirrfaktor annehmen kann, müssen wir nach Gl. (14a) zuerst den maximalen Neigungswinkel  $\alpha$  der Rille abschätzen. Mit einer Winkelgeschwindigkeit  $\Omega$  der Platte hat man bei der Kreisfrequenz  $\omega$  eine Wellenlänge

$$(20) \quad \lambda = 2\pi r \frac{\Omega}{\omega},$$

woraus

$$(21) \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{2\pi A}{\lambda} = \frac{\omega A}{\Omega r} = \frac{V}{\Omega r}.$$

Die Schnellenamplitude überschreitet wohl selten 10 cm/s<sup>11)</sup>, entsprechend einer Lichtbandbreite<sup>12)</sup> von etwa 25 mm. Auf dem Innenradius  $r_1 = 5$  cm erhält man also bei der Umdrehungszahl 78 pro Minute:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{10 \cdot 60}{2\pi \cdot 78 \cdot 5} = 0,25,$$

d. h. eine Neigung der Rille von 1:4. Wenn ferner  $\operatorname{tg} \delta = 0,2$ , was dem nicht selten vorkommenden Fehlwinkel  $\delta \cong 11^\circ$  entspricht, so wird  $\varepsilon = \frac{1}{4} \cdot 0,2 = 0,05$  und der Klirrfaktor also 5%. Schon als Verzerrungsmaß bei Verstärkern u. dgl. ist ein solcher Wert des Klirrfaktors für manche Arten von Schallwiedergabe, wie z. B. Orchestermusik, bekanntlich mit einer auffallenden Qualitätsverschlechterung verbunden<sup>13-14)</sup>. Die vorliegende Verzerrungsart hat, wie im folgenden gezeigt wird, bei gleichem Klirrfaktor eine wesentlich schädlichere Wirkung auf die Wiedergabequalität.

Bei solcher Ausführung der Abtastvorrichtung, daß der Fehlwinkel  $\delta$  in den inneren Rillen nur  $2^\circ$  beträgt ( $\operatorname{tg} \delta = 0,035$ ), erniedrigt sich  $\varepsilon$  auf nur  $\frac{1}{4} \cdot 0,035 \cong 0,009$  und der Klirrfaktor also auf weniger als 1%, einen Wert, der immer befriedigend sein dürfte.

B. OLNEY<sup>8)</sup> rechnet mit einem Höchstwert des Verhältnisses  $\lambda/\lambda$  von 16,3 als ungünstigstem noch vorkommenden Fall, und zwar bei 500 Hz. Mit einem Fehlwinkel von  $\delta = 15^\circ$  findet er dabei einen Klirrfaktor von 4,1%. Dies stimmt nicht mit den obigen Berechnungen. Aus  $\operatorname{tg} \alpha = \frac{2\pi}{16,3} = 0,385$  und  $\operatorname{tg} \delta = \operatorname{tg} 15^\circ = 0,268$  ergibt sich  $\varepsilon = 0,103$ , ein Wert, der noch so klein ist, daß der Klirrfaktor praktisch gleich  $\varepsilon$  gesetzt werden kann, also 10,3%. Zum Teil scheint der

<sup>8)</sup> A. a. O.

<sup>11)</sup> H. J. VON BRAUNMÜHL und W. WEBER, Einführung in die angewandte Akustik, Leipzig 1936, S. 106.

<sup>12)</sup> G. BUCHMANN und E. MEYER, Eine neue optische Meßmethode für Grammophonplatten. Elektr. Nachr.-Techn. 7 (1930), H. 4, S. 147—152.

<sup>13)</sup> W. JANYSKY, Über die Hörbarkeit von Verzerrungen. Elektr. Nachr.-Techn. 6 (1929), H. 11, S. 421—439.

<sup>14)</sup> H. J. VON BRAUNMÜHL und W. WEBER, Über die Störfähigkeit nichtlinearer Verzerrungen. Akust. Z. 2 (1937), H. 3, S. 135—147.

große Unterschied darauf zu beruhen, daß OLNEY irrtümlich die Verzerrung der Auslenkung statt der Schnelle ermittelt hat. Dies allein würde jedoch ein Verhältnis 1:2 der Klirrfaktoren gegeben haben.

Unter der Voraussetzung, daß der Fehlwinkel  $\delta$  nur einige Grad beträgt ( $\delta < 10^\circ$ ), kann  $\operatorname{tg} \delta$  mit guter Annäherung durch  $\delta$  ersetzt werden, wodurch der Ausdruck für  $\varepsilon$  auf eine für die weiteren Ausführungen besser geeignete Form gebracht wird:

$$(22) \quad \varepsilon \cong \frac{r}{\Omega} \cdot \frac{\delta}{r}.$$

Der erste Faktor ist unabhängig von der jeweiligen Lage des Abtastpunkts auf der Platte, während der zweite Faktor sich dauernd verändert. Es sei hier darauf aufmerksam gemacht, daß in den äußeren Rillen ein größerer Fehlwinkel  $\delta$  zulässig ist als in den inneren, denn nicht  $\delta$ , sondern  $\frac{\delta}{r}$  ist maßgebend für den Klirrfaktor. Wenn man sich die Sache näher überlegt, ist dieses auch ohne Berechnung verständlich. Mit abnehmendem Radius werden die Rillenmodulationen in der Längsrichtung zusammengepreßt, wodurch eine schräge Abtastung immer größere Verzerrung zur Folge hat. Soweit es auf die Verzerrung ankommt, sollte daher bei Berechnung der günstigsten Ausführung eines Tonarms die früher gemachte Voraussetzung engstmöglicher Grenzen des Fehlwinkels  $\delta$  durch entsprechende Begrenzung der Größe  $\frac{\delta}{r}$  ersetzt werden. Welchen Einfluß dies hat, wird im Abschnitt 6 gezeigt.

### 5. Kombinationstöne mehrerer Frequenzkomponenten

Um einen allgemeineren Fall zu erfassen, nehmen wir an, daß die Rille mit mehreren, einander überlagerten Frequenzen in beliebiger Anzahl ( $N$ ) moduliert ist, und drücken die Auslenkung der Nadelspitze bei tangentialer bzw. schräger Abtastung in Analogie mit den Gl. (6) u. (7) wie folgt aus:

$$(23) \quad y = f(x) = \sum_{i=1}^N A_i \sin \left( \frac{2\pi}{\lambda_i} x + \beta_i \right),$$

$$(24) \quad z = \frac{1}{\cos \delta} f(x - z \sin \delta).$$

(In der Summe ist  $i$ , später auch  $k$  und  $l$ , nur als unterscheidender Index aufzufassen; die Summation hat also nichts mit einer FOURIER-Entwicklung zu tun.)

Da im Abschnitt 4 klargestellt worden ist, daß man in praktisch vorkommenden Fällen hauptsächlich nichtlineare Effekte erster Ordnung in Betracht zu ziehen hat, können wir uns nun einer approximativen Methode bedienen, um die Amplituden der entstehenden Obertöne und Kombinationstöne zu bestimmen. Setzt man  $z \cos \delta = \bar{z} = f(x - \bar{z} \operatorname{tg} \delta)$ , so ist leicht einzusehen, daß sich  $\bar{z}$  und damit auch  $z$  in eine Potenzreihe nach  $\operatorname{tg} \delta$  entwickeln läßt, welche

bei kleinem Fehlwinkel  $\delta$  und kleinen Werten der Größe  $\operatorname{tg} \alpha_i = \frac{2\pi A_i}{\lambda_i}$  stark konvergent vorausgesetzt werden kann. Mit drei Gliedern wird diese Reihe

$$(25) \quad z = \frac{y'}{\cos \delta} \left[ 1 - y' \operatorname{tg} \delta + \frac{1}{2} (y y'' + 2 y'^2) \operatorname{tg}^2 \delta - \dots \right].$$

Nach (23) sind  $y'$  und  $y''$ :

$$y' = 2\pi \sum_{i=1}^N \frac{A_i}{\lambda_i} \cos \left( \frac{2\pi x}{\lambda_i} + \beta_i \right),$$

$$y'' = -4\pi^2 \sum_{i=1}^N \frac{A_i}{\lambda_i^2} \sin \left( \frac{2\pi x}{\lambda_i} + \beta_i \right).$$

Für die in (25) vorkommenden Produkte findet man dann:

$$y y' = 2\pi \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^N \frac{A_i A_k}{\lambda_k} \sin \left( \frac{2\pi x}{\lambda_i} + \beta_i \right) \cdot \cos \left( \frac{2\pi x}{\lambda_k} + \beta_k \right),$$

$$y^2 y'' = -4\pi^2 \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^N \sum_{l=1}^N \frac{A_i A_k A_l}{\lambda_l^2} \sin \left( \frac{2\pi x}{\lambda_i} + \beta_i \right) \cdot \sin \left( \frac{2\pi x}{\lambda_k} + \beta_k \right) \cdot \sin \left( \frac{2\pi x}{\lambda_l} + \beta_l \right),$$

$$y y'^2 = 4\pi^2 \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^N \sum_{l=1}^N \frac{A_i A_k A_l}{\lambda_k \lambda_l} \sin \left( \frac{2\pi x}{\lambda_i} + \beta_i \right) \cdot \cos \left( \frac{2\pi x}{\lambda_k} + \beta_k \right) \cdot \cos \left( \frac{2\pi x}{\lambda_l} + \beta_l \right).$$

Nach Einführung von  $x = \Omega r t$  und  $\lambda_i = \frac{2\pi \Omega r}{\omega_i}$  zerlegen wir diese Produkte in einfache Sinuskomponenten:

$$y y' = \frac{1}{2\Omega r} \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^N \omega_k A_i A_k \{ \sin [(\omega_i + \omega_k) t + \beta_i + \beta_k] + \sin [(\omega_i - \omega_k) t + \beta_i - \beta_k] \},$$

$$y^2 y'' = \frac{1}{4\Omega^2 r^2} \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^N \sum_{l=1}^N \omega_l^2 A_i A_k A_l \{ \sin [(\omega_i + \omega_k + \omega_l) t + \beta_i + \beta_k + \beta_l] - \sin [(\omega_i + \omega_k - \omega_l) t + \beta_i + \beta_k - \beta_l] - \sin [(\omega_i - \omega_k + \omega_l) t + \beta_i - \beta_k + \beta_l] + \sin [(\omega_i - \omega_k - \omega_l) t + \beta_i - \beta_k - \beta_l] \},$$

$$y y'^2 = \frac{1}{4\Omega^2 r^2} \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^N \sum_{l=1}^N \omega_k \omega_l A_i A_k A_l \{ \sin [(\omega_i + \omega_k + \omega_l) t + \beta_i + \beta_k + \beta_l] + \sin [(\omega_i + \omega_k - \omega_l) t + \beta_i + \beta_k - \beta_l] + \sin [(\omega_i - \omega_k + \omega_l) t + \beta_i - \beta_k + \beta_l] + \sin [(\omega_i - \omega_k - \omega_l) t + \beta_i - \beta_k - \beta_l] \}.$$

Daraus ergibt sich die Auslenkung

$$(26) \quad z = \frac{1}{\cos \delta} \left[ \sum_{i=1}^N A_i \sin (\omega_i t + \beta_i) - \frac{\operatorname{tg} \delta}{2\Omega r} \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^N \omega_k A_i A_k \{ \sin [(\omega_i + \omega_k) t + \beta_i + \beta_k] + \sin [(\omega_i - \omega_k) t + \beta_i - \beta_k] \} \right. \\ \left. + \frac{\operatorname{tg}^2 \delta}{8\Omega^2 r^2} \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^N \sum_{l=1}^N \omega_l A_i A_k A_l \{ (2\omega_k + \omega_l) \sin [(\omega_i + \omega_k + \omega_l) t + \beta_i + \beta_k + \beta_l] \right. \\ \left. + (2\omega_k - \omega_l) \sin [(\omega_i + \omega_k - \omega_l) t + \beta_i + \beta_k - \beta_l] + (2\omega_k - \omega_l) \sin [(\omega_i - \omega_k + \omega_l) t + \beta_i - \beta_k + \beta_l] \right. \\ \left. + (2\omega_k + \omega_l) \sin [(\omega_i - \omega_k - \omega_l) t + \beta_i - \beta_k - \beta_l] \} \dots \right].$$

Die momentane Schnelle wird endlich unter Einführung von  $\omega_i A_i = V_i$ :

$$\begin{aligned}
 v = \frac{dz}{dt} = \frac{1}{\cos \delta} & \left[ \sum_{i=1}^N V_i \cos(\omega_i t + \beta_i) - \frac{\text{tg } \delta}{2\Omega r} \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^N V_i V_k \left\{ \frac{\omega_i + \omega_k}{\omega_i} \cos[(\omega_i + \omega_k)t + \beta_i + \beta_k] \right. \right. \\
 & \left. \left. + \frac{\omega_i - \omega_k}{\omega_i} \cos[(\omega_i - \omega_k)t + \beta_i - \beta_k] \right\} \right. \\
 (27) \quad & + \frac{\text{tg}^2 \delta}{8\Omega^2 r^2} \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^N \sum_{l=1}^N V_i V_k V_l \left\{ \frac{(2\omega_k + \omega_l)(\omega_i + \omega_k + \omega_l)}{\omega_i \omega_k} \cos[(\omega_i + \omega_k + \omega_l)t + \beta_i + \beta_k + \beta_l] \right. \\
 & \left. + \frac{(2\omega_k - \omega_l)(\omega_i + \omega_k - \omega_l)}{\omega_i \omega_k} \cos[(\omega_i + \omega_k - \omega_l)t + \beta_i + \beta_k - \beta_l] \right. \\
 & \left. + \frac{(2\omega_k - \omega_l)(\omega_i - \omega_k + \omega_l)}{\omega_i \omega_k} \cos[(\omega_i - \omega_k + \omega_l)t + \beta_i - \beta_k + \beta_l] \right. \\
 & \left. + \frac{(2\omega_k + \omega_l)(\omega_i - \omega_k - \omega_l)}{\omega_i \omega_k} \cos[(\omega_i - \omega_k - \omega_l)t + \beta_i - \beta_k - \beta_l] \right\} \dots \left. \right].
 \end{aligned}$$

Unter Berücksichtigung der Permutationsmöglichkeiten erhalten wir bei verschiedenen Frequenzen folgende Schnellenamplituden, abgesehen vom gemeinsamen Faktor  $1/\cos \delta$  und auch abgesehen von Gliedern höherer Ordnung:

Kreisfrequenz	Amplitude
$\omega_i$	$V_i$
$2\omega_i$	$\frac{\text{tg } \delta}{\Omega r} \cdot V_i^2$
$\omega_i + \omega_k$	$\frac{\text{tg } \delta}{2\Omega r} \cdot \frac{(\omega_i + \omega_k)^2}{\omega_i \omega_k} V_i V_k$
$\omega_i - \omega_k$	$\frac{\text{tg } \delta}{2\Omega r} \cdot \frac{\omega_i - \omega_k}{\omega_i \omega_k} V_i V_k$
$3\omega_i$	$\frac{9 \text{tg}^2 \delta}{8\Omega^2 r^2} \cdot V_i^3$
(28) $2\omega_i + \omega_k$	$\frac{\text{tg}^2 \delta}{8\Omega^2 r^2} \cdot \frac{(2\omega_i + \omega_k)^3}{\omega_i^2 \omega_k} V_i^2 V_k$
$2\omega_i - \omega_k$	$\frac{\text{tg}^2 \delta}{8\Omega^2 r^2} \cdot \frac{2\omega_i - \omega_k}{\omega_i^2 \omega_k} V_i^2 V_k$
$\omega_i + \omega_k + \omega_l$	$\frac{\text{tg}^2 \delta}{4\Omega^2 r^2} \cdot \frac{(\omega_i + \omega_k + \omega_l)^3}{\omega_i \omega_k \omega_l} V_i V_k V_l$
$\omega_i + \omega_k - \omega_l$	$\frac{\text{tg}^2 \delta}{4\Omega^2 r^2} \cdot \frac{\omega_i + \omega_k - \omega_l}{\omega_i \omega_k \omega_l} V_i V_k V_l$
$\omega_i - \omega_k - \omega_l$	$\frac{\text{tg}^2 \delta}{4\Omega^2 r^2} \cdot \frac{\omega_i - \omega_k - \omega_l}{\omega_i \omega_k \omega_l} V_i V_k V_l$

Von großem Interesse ist hier ein Vergleich mit dem Grundfall nichtlinearer Verzerrung, wie er z. B. bei Röhrenverstärkern auftreten kann. Die sekundäre, verzerrte Größe  $v$  sei

dann mit der primären, unverzerrten Größe  $u$  durch die nichtlineare Beziehung

$$(29) \quad v = c_0 + c_1 u + c_2 u^2 + c_3 u^3 + \dots$$

verbunden, wobei

$$(30) \quad u = \sum_{i=1}^N U_i \sin(\omega_i t + \beta_i).$$

In ähnlicher Weise wie oben lassen sich die Amplituden der verschiedenen Frequenzkomponenten von  $v$  berechnen. Unter Einführung von  $c_1 U_i = V_i$  erhält die Zusammenstellung derselben in diesem Fall folgendes Aussehen:

Kreisfrequenz	Amplitude
$\omega_i$	$V_i$
$2\omega_i$	$\frac{c_2}{2c_1^2} V_i^2$
$\omega_i + \omega_k$	$\frac{c_2}{c_1^2} V_i V_k$
$\omega_i - \omega_k$	$\frac{c_2}{c_1^2} V_i V_k$
$3\omega_i$	$\frac{c_3}{4c_1^3} V_i^3$
(31) $2\omega_i + \omega_k$	$\frac{3c_3}{4c_1^3} V_i^2 V_k$
$2\omega_i - \omega_k$	$\frac{3c_3}{4c_1^3} V_i^2 V_k$
$\omega_i + \omega_k + \omega_l$	$\frac{3c_3}{2c_1^3} V_i V_k V_l$
$\omega_i + \omega_k - \omega_l$	$\frac{3c_3}{2c_1^3} V_i V_k V_l$
$\omega_i - \omega_k - \omega_l$	$\frac{3c_3}{2c_1^3} V_i V_k V_l$

Hier sind sämtliche Komponenten von den Frequenzverhältnissen unabhängig. In (28) kommt dagegen bei den Kombinationstönen ein Faktor herein, der von den Verhältnissen der miteinander zusammenwirkenden Frequenzen abhängt, und zwar derart, daß hohe Kombinationstöne ziemlich große Werte annehmen können.

Dies soll an Hand eines Zahlenbeispiels gezeigt werden. Wir nehmen an, daß nur die Obertöne und Kombinationstöne zweiter Ordnung bemerkbar sind, und setzen beispielsweise  $\omega_2 = 8 \omega_1$  u.  $V_2 = \frac{1}{4} V_1$ , was z. B. bei  $\frac{\omega_1}{27} = \text{rd. } 300 \text{ Hz}$  leicht vorkommen kann<sup>15)</sup>. Der Klirrfaktor der Komponente  $V_1$  sei 3%. Mit  $V_1$  als Bezugsniveau erhalten wir dann folgende Amplituden der verschiedenen Frequenzkomponenten in den beiden Fällen, entsprechend (28) und (31):

Kreisfrequenz	Amplitude	
	nach (28)	nach (31)
$\omega_1$	1,000	1,000
$\omega_2 = 8 \omega_1$	0,250	0,250
$2 \omega_1$	0,030	0,030
$2 \omega_2 = 16 \omega_1$	0,002	0,002
$\omega_1 + \omega_2 = 9 \omega_1$	0,038	0,015
$\omega_2 - \omega_1 = 7 \omega_1$	0,023	0,015

Bestimmend für die Störwirkung sind hauptsächlich die Amplituden der beiden letzten Komponenten. Die reinen Oktaven sind kaum störend. Nach (28) würde also im angeführten Beispiel eine beträchtlich größere Verzerrung entstehen als nach (31), obwohl der Klirrfaktor in beiden Fällen der gleiche ist. Es ist auch einleuchtend, daß im Fall gemäß (28) weder der Summationston allein, noch der Differenzton allein als brauchbares Verzerrungsmaß für einen Vergleich mit dem einfachen Verzerrungsfall laut (31) dienen kann. Besser geeignet wäre der Effektivwert von beiden, der nach (28) 0,044 und nach (31) 0,021 beträgt (d. h. 27 bzw. 34 db unter dem Niveau der Originaltöne). Auch

<sup>15)</sup> L. J. SIVIAN, H. K. DUNN, and S. D. WHITE. Absolute amplitudes and spectra of certain musical instruments and orchestras. J. Acous. Soc. Am. 2 (1931), H. 3, S. 330—371.

dieser Effektivwert hängt im vorigen Fall (28) vom Frequenzverhältnis ab und steigt annähernd proportional dazu, wenn eine der beiden Frequenzen um ein Mehrfaches größer als die andere wird.

Aus den in diesem Abschnitt angestellten Überlegungen geht hervor, daß die nichtlineare Verzerrung, die bei Wiedergabe von Schallplatten infolge eines Winkelfehlers der Abtastung auftreten kann, einen anderen Charakter aufweist als z. B. die Verzerrung in einem Röhrenverstärker bei großer Aussteuerung. Die Verzerrungsgefahr der schrägen Abtastung liegt namentlich im Entstehen hoher Kombinationstöne, welche eine Unsauberkeit in der Wiedergabe des höheren Tonbereichs herbeiführen können. Weiter ist klargestellt worden, daß hier dem Klirrfaktor eine andere Bedeutung als sonst üblich beigemessen werden muß. Als Relativmaß der Verzerrungswirkung bei verschiedenen Winkelfehlern ist aber der Klirrfaktor wohl verwendbar. Der mit guter Wiedergabequalität noch vereinbare Wert desselben ist sehr stark von der Art der Aufnahme abhängig, und dann ist natürlich der ungünstigste Fall (wahrscheinlich Orchestermusik) für die Anforderungen an die Abtastvorrichtung maßgebend. Infolgedessen ist es hier angebracht, einen wesentlich geringeren Wert des Klirrfaktors anzustreben als man sonst gewöhnlich als zulässig anzugeben pflegt.

Nach Ansicht des Verfassers wird die Brauchbarkeit des Klirrfaktors als Vergleichsmaß nichtlinearer Verzerrungen meistens überschätzt. Man sollte immer vorsichtig damit umgehen und, sofern es sich nicht lediglich um einen Vergleich zwischen Verzerrungen ein und derselben Art handelt, womöglich eine ähnliche Untersuchung der Kombinationstöne wie oben vornehmen.

## 6. Bedingungen kleinster Klirrfaktortoleranz

Die Aufgabe, eine günstigste Bemessung (vgl. Abschnitt 3) zu finden, soll nun dahin abgeändert werden, den Verstellungsabstand  $p$  und den Übergriff  $g$  zur Erzielung geringster

Toleranz des Klirrfaktors und also der Größe  $\frac{\delta}{r}$  zu bestimmen. Wir gehen dabei wieder von der Grundgleichung (2) aus, worin folgende Approximation zulässig ist:

$$\cos \varphi = \cos (\varphi_0 - \delta) \cong \cos \varphi_0 + \delta \sin \varphi_0$$

oder

$$(32) \quad \delta \cong \frac{\cos \varphi - \cos \varphi_0}{\sin \varphi_0},$$

wo  $\varphi_0$  den Wert des Winkels  $\varphi$  bei tangentialer Abtastung bezeichnet.

Für die uns interessierende Größe  $\frac{\delta}{r}$  erhalten wir somit

$$(33) \quad \frac{\delta}{r} \cong \frac{1}{r \sin \varphi_0} \left( \frac{R^2 - D^2 + r^2}{2 R r} - \cos \varphi_0 \right).$$

Damit dieser Ausdruck für  $r = r_1$  und  $r = r_2$  gleich groß wird, muß

$$(34) \quad \cos \varphi_0 = \frac{R^2 - D^2}{2 R} \left( \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right),$$

wobei

$$(35) \quad \frac{\delta_1}{r_1} = \frac{\delta_2}{r_2} = \frac{r_1 r_2 - R^2 + D^2}{2 R r_1 r_2 \sin \varphi_0}.$$

(Der Faktor  $\sin \varphi_0$  fällt später fort und kann daher unverändert stehen bleiben.) Sein Maximum erreicht  $\frac{\delta}{r}$  bei dem Radius

$$(36) \quad r^* = \frac{R^2 - D^2}{R \cos \varphi_0},$$

oder, wenn gleichzeitig  $\frac{\delta_1}{r_1} = \frac{\delta_2}{r_2}$  ist,

$$(37) \quad r^* = \frac{2 r_1 r_2}{r_1 + r_2}.$$

Dabei ist:

$$(38) \quad \left( \frac{\delta}{r} \right)_{max} = - \frac{1}{2 R \sin \varphi_0} \left| \frac{R^2 - D^2}{4} \left( \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right)^2 - 1 \right|.$$

Setzt man nun  $\frac{\delta_1}{r_1} = - \left( \frac{\delta}{r} \right)_{max}$ , so ergibt sich

$$(39) \quad D = \sqrt{R^2 - a^2},$$

wo

$$(40) \quad a^2 = \frac{8 (r_1 r_2)^2}{4 r_1 r_2 + (r_1 + r_2)^2},$$

und weiter

$$(41) \quad \cos \varphi_0 = \frac{p}{R},$$

wo

$$(42) \quad p = \frac{a^2}{r^*} = \frac{4 r_1 r_2 (r_1 + r_2)}{4 r_1 r_2 + (r_1 + r_2)^2}.$$

Auch in diesem Fall ist also der Verstellungsabstand  $p$  von dem Tonarmradius  $R$  unabhängig.

Für den Maximumwert der Größe  $\frac{\delta}{r}$  erhält man endlich

$$(43) \quad \left( \frac{\delta}{r} \right)_{max} = \frac{p - 1}{2 \sqrt{R^2 - p^2}}.$$

Mit den früher verwendeten Grenzradien  $r_1 = 5,0$  cm und  $r_2 = 14,5$  cm wird der Verstellungsabstand  $p = 8,5$  cm, also etwas kleiner als bei Bemessung für kleinste Fehlwinkel-toleranz. Ferner wird  $a^2 = 62,8$ , woraus der Zentrumabstand  $D$  und der Übergriff  $g$  für einige verschiedene Tonarmradien  $R$  berechnet sind (Maße in cm):

$R$	20	22	23,5	25	27
$D$	18,4	20,5	22,1	23,7	25,8
$g$	1,6	1,5	1,4	1,3	1,2

Der maximale Klirrfaktor, berechnet aus (22) und (43) mit den früher angenommenen Werten der Schnellenamplitude und der Umdrehungszahl, 10 cm/s bzw. 78 pro Minute, beträgt bei dieser optimalen Ausführung weniger als 0,5%.

Ein Einwand, den man gegen die obigen Berechnungen erheben könnte, ist der, daß die drei Höchstwerte der Größe  $\frac{\delta}{r}$  nicht von gleicher Wichtigkeit sind. Dem Maximum bei  $r^*$  sollte eigentlich eine größere Bedeutung beigemessen werden als den beiden Endmaxima bei  $r_1$  und  $r_2$ , einmal, weil  $\frac{\delta}{r}$  in der Umgebung von  $r^*$  nur langsam abfällt, bei  $r_1$  und  $r_2$  dagegen sehr rasch, und weiter weil die Grenzradien  $r_1$  und  $r_2$  nicht bei jeder Abspielung ausgenutzt werden. Infolge dieser Überlegung sollte man bei  $r_1$  und  $r_2$  etwas größere Werte von  $\frac{\delta}{r}$  erlauben als bei  $r^*$ , was durch eine geringe Verminderung des Verstellungswinkels erzielt werden kann (vgl. Abb. 2).

Ein Verfahren, der größeren Bedeutung des Maximums bei  $r^*$  Rechnung zu tragen, bietet die Methode der kleinsten Quadrate. Man hat dabei das Integral

$$\int_{r_1}^{r_2} \left( \frac{\delta}{r} \right)^2 dr$$

bei Veränderung von  $D$  und  $\varphi_0$  (bzw.  $g$  und  $p$ ) zum Minimum zu machen. Im Sinne dieser

Methode wird im folgenden ein effektiver Klirrfaktor eingeführt. Es zeigt sich, daß die Bemessung für den kleinsten Wert dieser Größe nur geringfügig von der oben angegebenen Bemessung abweicht, dabei aber sehr viel umständlicher ist.

### 7. Besprechung anderer Ausführungen als der optimalen

Auch wenn der Konstruktion einer Abnahmeverrichtung die oben angegebenen Bemessungsregeln zugrunde gelegt worden sind, muß man in Wirklichkeit wegen der Streuung bei fabrikmäßiger Herstellung immer damit rechnen, daß außer dem theoretisch kalkulierten Winkelfehler noch zusätzliche Abweichungen auftreten, welche kaum als vernachlässigbar klein angesehen werden können. Dies ist ein Grund, weshalb es von Interesse ist, zu erfahren, wie sich die Verzerrung verändert, wenn die Ausführung von der optimalen mehr oder weniger abweicht. Weiter kommt in der Praxis der Fall vor, daß man einen gegebenen Tonabnehmer mit einer anderen Verstellung als der optimalen verwenden will, aber über die Anbringung desselben im Verhältnis zum Plattenteller frei entscheiden kann. Es entsteht dann die Frage, welche Anordnung mit Rücksicht auf die Verzerrung am günstigsten ist.

Zur Beurteilung verschiedener Ausführungsfälle hinsichtlich der Verzerrung sind die maximalen Klirrfaktoren wenig geeignet, denn für jeden Fall wäre es notwendig, drei Zahlen anzugeben: die beiden Endmaxima und das mittlere Maximum. Da diese Maxima, wie bereits erwähnt, nicht gleich wichtig sind, genügt es nicht, nur das größte von ihnen anzugeben. Ein geeigneteres Gütemaß bildet der effektive Klirrfaktor, definiert als

$$(44) \quad K_{eff} = \sqrt{\frac{1}{r_2 - r_1} \int_{r_1}^{r_2} K^2 dr},$$

wobei  $K$  der gewöhnliche Klirrfaktor ist. Um ein anschauliches Bild davon zu erhalten, wie diese Größe von der Ausführung abhängt, hat der Verfasser zahlenmäßige Berechnungen für eine mittlere Tonarmlänge,  $R = 22$  cm, und verschiedene Kombinationen des Verstellungs-

abstandes  $p$  und des Übergriffs  $g$  vorgenommen. Der Klirrfaktor wurde laut der Näherungsformel  $K \cong \frac{V}{\Omega} \cdot \frac{\delta}{r}$  berechnet, und zwar unter Annahme, daß  $V = 10$  cm/s und  $\Omega = 2\pi \times \frac{78}{60}$  Rad./s.;  $\delta$  wurde aus den Gleichungen (1) u. (2) gefunden. Mit Hilfe der berechneten Werte sind Kurven gleichen effektiven Klirrfaktors  $K_{eff}$  in ein Diagramm mit den Koordinaten  $p$  und  $g$  eingezeichnet, Abb. 4. Die Kurven I—IV entsprechen den Werten 0,5, 1

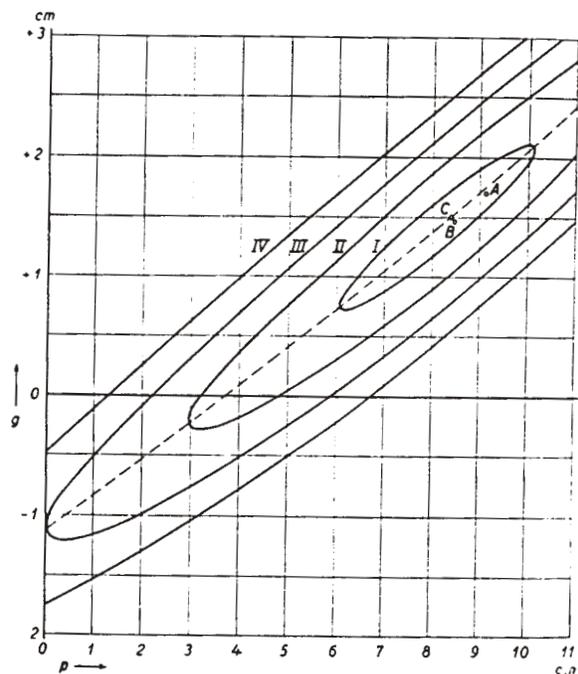


Abb. 4. Kurven gleichen effektiven Klirrfaktors

1,5 und 2% des  $K_{eff}$ . Die Punkte A, B und C in der  $p$ - $g$ -Ebene stellen verschiedene optimale Ausführungen dar, nämlich A die geringste Fehlwinkeltoleranz, B die geringste Klirrfaktortoleranz und C den geringsten effektiven Klirrfaktor. Im letztgenannten Punkt beträgt  $K_{eff}$  0,25%.

Aus Form und Lage der Kurven in Abb. 4 findet man, daß die größte Verzerrungsgefahr darin liegt, daß der Übergriff dem Verstellungsabstand nicht richtig angepaßt ist. Dagegen ist die Verstellung an sich nicht so kritisch. Wie der Übergriff bei gegebenem Verstellungsabstand gewählt werden soll, ist durch die ge-

strichelte Kurve bezeichnet, deren Gleichung unten abgeleitet wird.

Bei beliebig gewähltem Verstellungsabstand  $p$  wollen wir denjenigen Wert des Übergriffs  $g$  suchen, bei dem der effektive Klirrfaktor  $K_{eff}$  ein Minimum ist. Vorausgesetzt, daß der Fehlwinkel  $\delta$  verhältnismäßig klein ist, gilt nach (22), (33), (39) u. (41):

$$(45) \quad K \cong \varepsilon \cong \frac{V}{\Omega} \cdot \frac{\delta}{r} = \frac{V}{\Omega} \cdot \frac{1}{R^2 - p^2} \cdot \frac{1}{2} - \frac{p}{r} + \frac{a^2}{2r^2}$$

und somit

$$(46) \quad \begin{aligned} K_{eff}^2 &= \frac{1}{r_2 - r_1} \int_{r_1}^{r_2} K^2 dr \\ &\cong \frac{V^2}{\Omega^2} \cdot \frac{1}{(r_2 - r_1)(R^2 - p^2)} \left[ \frac{r_2 - r_1}{4} \right. \\ &\quad \left. - p \ln \frac{r_2}{r_1} + \left( p^2 + \frac{a^2}{2} \right) \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \right. \\ &\quad \left. - \frac{p a^2}{2} \left( \frac{1}{r_1^2} - \frac{1}{r_2^2} \right) + \frac{a^4}{12} \left( \frac{1}{r_1^3} - \frac{1}{r_2^3} \right) \right]. \end{aligned}$$

Eine Veränderung von  $g$  ist gleichbedeutend mit einer Veränderung von  $a^2$ , denn

$$(47) \quad g = R - \sqrt{R^2 - a^2}$$

$$(47a) \quad \cong \frac{a^2}{2R}$$

Wir setzen also  $\frac{\partial K_{eff}^2}{\partial (a^2)} = 0$  und erhalten sodann

$$(48) \quad a^2 = \frac{3 r_1 r_2 [p(r_1 + r_2) - r_1 r_2]}{r_1^2 + r_1 r_2 + r_2^2}$$

In (47, 48) hat man die gesuchte Beziehung zwischen Verstellungsabstand und Übergriff. Vertauscht man (47) gegen (47a), so erhält man als gute Näherungslösung eine Gerade,

$$(49) \quad g \cong \frac{3 r_1 r_2 [p(r_1 + r_2) - r_1 r_2]}{2 R (r_1^2 + r_1 r_2 + r_2^2)}$$

oder mit den früher verwendeten Werten von  $r_1$  und  $r_2$ ,

$$(49a) \quad g \cong 6,89 \cdot \frac{p - 3,72}{R} \quad (\text{Maße in cm}).$$

Bei dem Verstellungsabstand 37 mm soll also der Übergriff gleich Null sein, d. h. die Bahn der Nadelspitze durch das Plattenzentrum gehen, und zwar unabhängig von der Tonarmlänge. Ein kleinerer Verstellungsabstand, der allerdings nicht zu empfehlen ist, fordert einen negativen Übergriff. Mit einem Tonarm älteren Typs ohne Verstellung des Abnehmers müßte die Nadelspitze etwa 12 mm — abhängig von der Tonarmlänge — hinter dem Zentrum vorbei laufen.

Zum Schluß wollen wir eine andere, mit der Art der Abtastung auch zusammenhängende Erscheinung in aller Kürze erwähnen, nämlich die Abnutzung der Platten. P. WILSON und G. W. WEBB<sup>2)</sup> haben darauf hingewiesen, daß eine Änderung des Winkelfehlers in dieser Beziehung schädlich ist, weil dabei die scharfgeschliffene Kante der Nadelspitze als ein Drehstahl auf die Rillenwand wirkt. Aus der Abb. 2 ist leicht verständlich, daß sich der Winkel  $\varphi$  und damit der Fehlwinkel am geringsten ändert, wenn die  $\varphi$ -Kurve möglichst waagrecht verläuft. Von diesem Gesichtspunkt aus würde also eine Bemessung nach Abschnitt 3 die günstigste sein (Punkt A in Abb. 4). Es gibt aber auch eine andere Art von Abnutzung, die darauf beruht, daß zwischen Nadelspitze und Rillenwand im allgemeinen eine einseitige Druckkomponente vorhanden ist, welche zu  $\cos \varphi$  proportional ist. Um diesen Seitendruck gering zu halten, müßte man mit einer hoch liegenden Kurve in Abb. 2 arbeiten, z. B. V oder noch höher, was eine kleine, vielleicht sogar negative Verstellung zur Folge haben würde. Diese beiden Abnutzungserscheinungen stellen also ganz verschiedene Anforderungen an die Ausführung der Abnahmevorrichtung. Wie eine Kompromißlösung gestaltet sein soll, damit die Platten die größte Lebensdauer erhalten, scheint nicht mit Sicherheit festgestellt zu sein. Die Erfahrungen des Verfassers deuten darauf hin, daß die Bemessung für geringste Verzerrung auch angemessene Ansprüche bezüglich der Abnutzung durchaus befriedigt. Tatsächlich bildet diese Bemessung ein gewisses Kompromiß zwischen geringster Fehlwinkeländerung und geringstem Seitendruck.

#### Anhang

##### Grensradien $r_1$ und $r_2$ bei gewöhnlichen Schallplatten

Um eine zuverlässige Unterlage für die zahlenmäßigen Berechnungen zu erhalten, hat der Verfasser Messungen der inneren und äußeren Radien ( $r_1$  bzw.  $r_2$ ) an einer großen Anzahl gewöhnlicher Schallplatten vornehmen lassen. Gemessen wurden über 1000 Aufnahmen an

<sup>2)</sup> A. a. O.

25-cm-Platten und nahezu ebenso viele an 30-cm-Platten; 10 verschiedene Fabrikate waren darunter vertreten.

Da die gewöhnlichen Schallplatten (im Gegensatz zu Tonfilmplatten) von außen nach innen aufgenommen sind, hält sich der Außenradius innerhalb sehr enger Grenzen, wogegen der Innenradius, wie leicht verständlich, große Streuung aufweist. Bei 25-cm-Platten kann man mit einem Außenradius  $r_2 = 12,0$  cm rechnen und bei 30-cm-Platten mit  $r_2 = 14,5$  cm. Für den Innenradius wurden die in Abb. 5 dar-

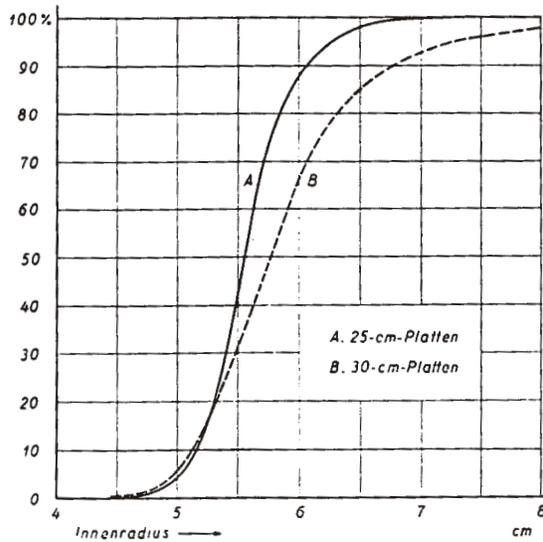


Abb. 5. Häufigkeit verschiedener Innenradien bei gewöhnlichen Schallplatten

gestellten Integralkurven der Häufigkeit erhalten. Die Ordinate gibt an, wieviel Prozent der gemessenen Aufnahmen einen kleineren Innenradius hatten als den Abszissenwert. Kurve A bezieht sich auf 25-cm-Platten, Kurve B auf 30-cm-Platten.

Aus praktischen Gründen wurden die Messungen an den äußersten, unmodulierten Rillen vorgenommen. Wenn man berücksichtigt, daß die Modulation etwa 2 mm vor der Endrinne aufhört, muß man die Abszissenwerte der Kurven um diesen Betrag erhöhen, um zum richtigen Innenradius  $r_1$  zu gelangen. Aus den Kurven ist dann ersichtlich, daß man, um in den allermeisten Fällen sicher zu gehen, mit einem Kleinstwert des Innenradius von 5,0 cm

rechnen kann. Nur ein oder zweimal von Hundert tritt es ein, daß der Innenradius diesen Wert unterschreitet, und dann meistens nur geringfügig. Es ist wichtig, bei der Berechnung der Abnahmevorrichtung den Innenradius  $r_1$  nicht kleiner als notwendig zu wählen, weil man sonst nur wegen seltener Ausnahmefälle auch normalerweise den Fehlwinkel und die Verzerrung etwas höher halten muß.

### Zusammenfassung

Die allgemein übliche Abstavvorrichtung für Schallplatten mit einem zur Steuerung des Abstavorgans dienenden, drehbaren Tonarm ist mit einer seit langem erkannten Unvollkommenheit behaftet, die darin besteht, daß die Längsrichtung des Abstavorgans im allgemeinen nicht genau mit der Tangentialrichtung der Rinne übereinstimmt. Nur in höchstens zwei Punkten der Abstavbahn kann dies der Fall sein, während sonst stets ein gewisser, beim Abspielen veränderlicher Winkelfehler vorhanden ist. Die vorliegende Arbeit bezweckt, die infolge dieses Winkelfehlers entstehende nichtlineare Verzerrung der Art und Größe nach theoretisch zu untersuchen. Durch mathematische Analyse des einfachen Falles, daß die Rinne rein sinusförmig moduliert ist, wird zuerst der Klirrfaktor bestimmt. Weiter werden die bei Modulation mit mehreren, einander überlagerten Sinuskomponenten entstehenden Kombinationstöne berechnet. Es zeigt sich dabei, daß die Verzerrung ganz anderer Natur ist als im Grundfall der nichtlinearen Verzerrung, wie z. B. bei einem Röhrenverstärker. Die Kombinationstöne sind hier von den Frequenzverhältnissen stark abhängig und können verhältnismäßig hohe Werte annehmen. Demzufolge ist ein gewisser Klirrfaktor mit einer wesentlich größeren Verzerrungswirkung verbunden als im Falle des Verstärkers. Die mit Rücksicht auf die Verzerrung optimale Ausführung der Abstavvorrichtung wird ermittelt; sie unterscheidet sich etwas von derjenigen für geringste Fehlwinkeltoleranz. Schließlich werden auch andere Ausführungen als die optimale besprochen und mit Hilfe eines effektiven Klirrfaktors bewertet.

(Eingegangen am 26. Juli 1938.)